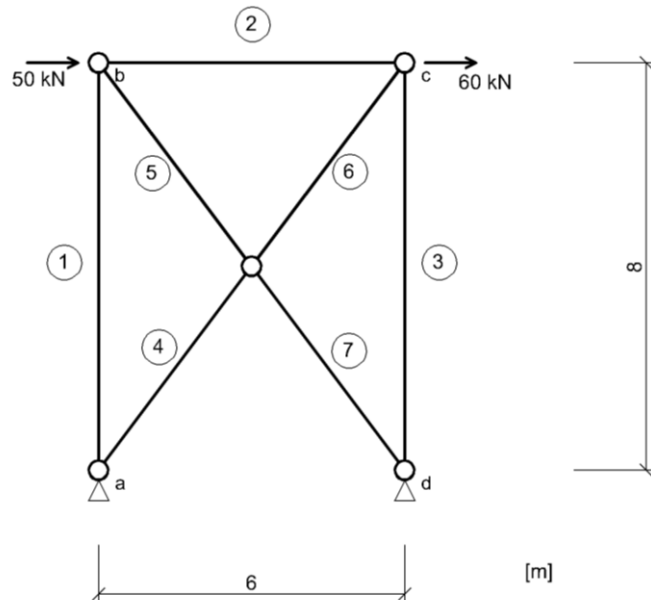


14. Příklad č. 14 – Staticky neurčitá příhradová konstrukce

Zadání

Vypočítejte normálové síly na staticky neurčitě příhradové konstrukci podle obrázku. Použijte silovou metodu. Průřezové charakteristiky jsou konstantní po celé konstrukci (IPE 300).

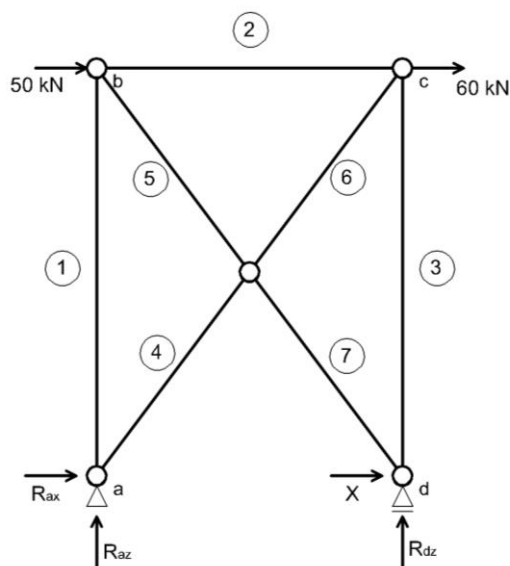


Obr. 14.1: Model konstrukce a zatížení

Řešení

$$\sin \alpha = \frac{8}{10} = 0,8$$

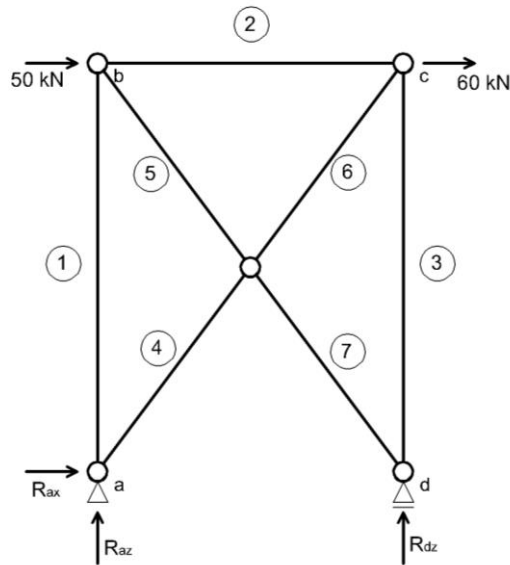
$$\cos \alpha = \frac{6}{10} = 0,6$$



Obr. 14.2: Základní staticky určitá soustava - reakce

Základní soustava se zatíží dvěma zatěžovacími stavy.

Zatěžovací stav 0 – Původní zatížení



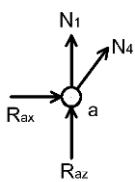
Obr. 14.3: Původní zatížení základní soustavy - reakce

Reakce:

$$\begin{aligned} \sum F_{x,i} = 0 & \quad F_1 + F_2 + R_{a,x} = 0 & \quad 50 + 60 + R_{a,x} = 0 & \quad R_{a,x} = -110 \text{ kN} \\ \sum M_{a,i} = 0 & \quad -F_1 \cdot 8 - F_2 \cdot 8 - 6R_{d,z} = 0 & \quad -50 \cdot 8 - 60 \cdot 8 - 6R_{d,z} = 0 & \quad R_{d,z} = -146,667 \text{ kN} \\ \sum M_{d,i} = 0 & \quad -F_1 \cdot 8 - F_2 \cdot 0,8 + 6R_{a,z} = 0 & \quad -50 \cdot 8 - 60 \cdot 0,8 + 6R_{a,z} = 0 & \quad R_{a,z} = 146,667 \text{ kN} \end{aligned}$$

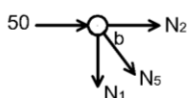
Styčnicková metoda:

styčnick a



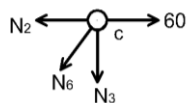
$$\begin{aligned} \sum F_{x,i} = 0 & \quad R_{a,x} + N_4 \cdot \cos \alpha = 0 & \quad -110 + N_4 \cdot 0,6 = 0 & \quad N_4 = 183,333 \text{ kN} \\ \sum F_{z,i} = 0 & \quad R_{a,z} - N_1 - N_4 \cdot \sin \alpha = 0 & \quad 146,667 - N_1 - 183,333 \cdot 0,8 = 0 & \quad N_1 = 0 \text{ kN} \end{aligned}$$

styčnick b



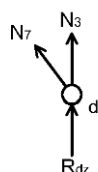
$$\begin{aligned} \sum F_{z,i} = 0 & \quad N_1 + N_5 \cdot \sin \alpha = 0 & \quad 0 + N_5 \cdot 0,8 = 0 & \quad N_5 = 0 \text{ kN} \\ \sum F_{x,i} = 0 & \quad F_1 + N_2 + N_5 \cdot \cos \alpha = 0 & \quad 50 + N_2 + 0 \cdot 0,6 = 0 & \quad N_2 = -50 \text{ kN} \end{aligned}$$

styčnick c

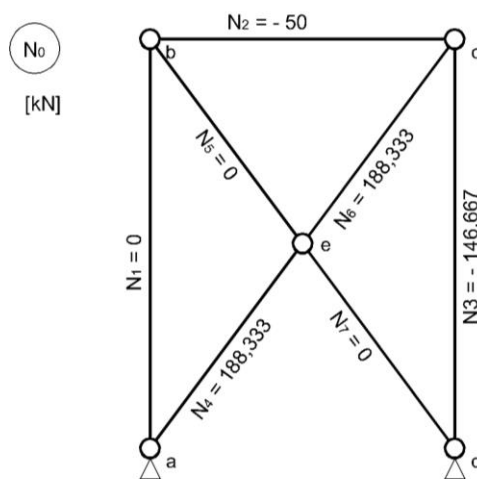


$$\begin{aligned} \sum F_{x,i} = 0 & \quad F_2 - N_2 - N_6 \cdot \cos \alpha = 0 & \quad 60 + 50 - N_6 \cdot 0,6 = 0 & \quad N_6 = 183,333 \text{ kN} \\ \sum F_{z,i} = 0 & \quad N_3 + N_6 \cdot \sin \alpha = 0 & \quad N_3 + 183,333 \cdot 0,8 = 0 & \quad N_3 = -146,667 \text{ kN} \end{aligned}$$

styčnick d

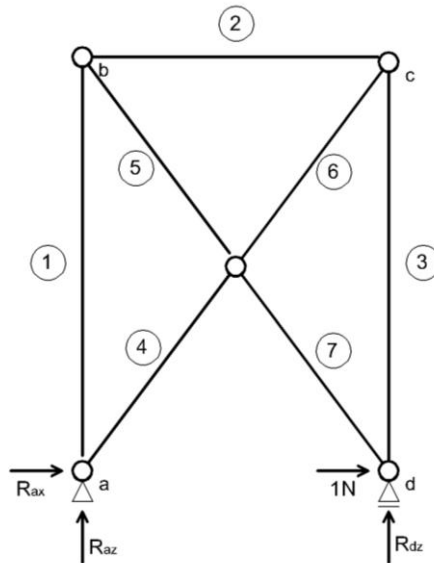


$$\sum F_{z,i} = 0 \quad N_3 + R_{d,z} + N_7 \cdot \sin \alpha = 0 \quad -146,667 + 146,667 + N_7 \cdot 0,8 = 0 \quad N_7 = 0 \text{ kN}$$



Obr. 14.4: Původní zatížení základní soustavy – normálové síly

Zatěžovací stav 1 – Jednotková síla ve směru neznámé síly X_1



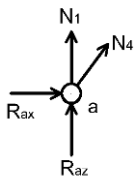
Obr. 14.5: Zatížení základní soustavy jednotkovým momentem ve směru X

Reakce:

$$\begin{aligned} \sum F_{x,i} = 0 & \quad 1 + R_{a,x} = 0 & \quad R_{a,x} = -1 \\ \sum M_{a,i} = 0 & \quad -6R_{d,z} = 0 & \quad R_{d,z} = 0 \\ \sum M_{d,i} = 0 & \quad 0 + 6R_{a,z} = 0 & \quad R_{a,z} = 0 \text{ kN} \end{aligned}$$

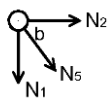
Styčnicková metoda:

styčnick a



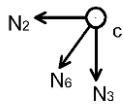
$$\begin{aligned} \sum F_{x,i} = 0 & \quad R_{a,x} + N_4 \cdot \cos \alpha = 0 & \quad -1 + N_4 \cdot 0,6 = 0 & \quad N_4 = 1,6667 \\ \sum F_{z,i} = 0 & \quad R_{a,z} - N_1 - N_4 \cdot \sin \alpha = 0 & \quad 0 - N_1 - 1,6667 \cdot 0,8 = 0 & \quad N_1 = -1,3333 \end{aligned}$$

styčnick b



$$\begin{aligned} \sum F_{z,i} = 0 & \quad N_1 + N_5 \cdot \sin \alpha = 0 & \quad -1,3333 + N_5 \cdot 0,8 = 0 & \quad N_5 = 1,6667 \text{ kN} \\ \sum F_{x,i} = 0 & \quad N_2 + N_5 \cdot \cos \alpha = 0 & \quad N_2 + 1,6667 \cdot 0,6 = 0 & \quad N_2 = -1 \text{ kN} \end{aligned}$$

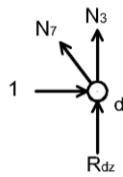
styčnick c



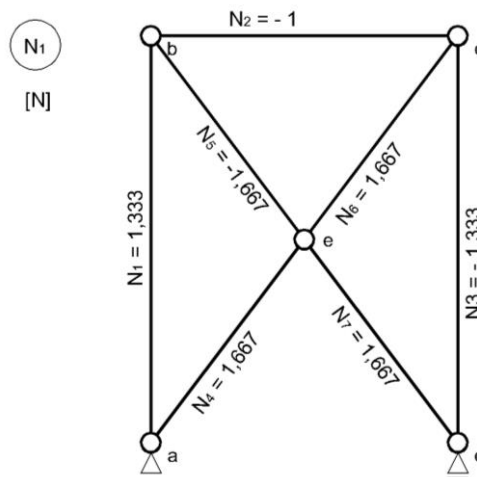
$$\sum F_{x,i} = 0 \quad -N_2 - N_6 \cdot \cos \alpha = 0 \quad 1 - N_6 \cdot 0,6 = 0 \quad N_6 = 1,6667$$

$$\sum F_{z,i} = 0 \quad N_3 + N_6 \cdot \sin \alpha = 0 \quad N_3 + 1,6667 \cdot 0,8 = 0 \quad N_3 = -1,3333$$

styčnick d



$$\sum F_{x,i} = 0 \quad 1 - N_7 \cdot \cos \alpha = 0 \quad 1 - N_7 \cdot 0,8 = 0 \quad N_7 = 1,6667$$



Obr. 14.6: Zatížení základní soustavy jednotkovým momentem ve směru X – normálové síly

Výpočet vodorovného posunu v bodě d.

$$\delta = \int_0^s \frac{N\bar{N}}{EA} ds = \sum \frac{1}{E_i A_i} N_i N'_i L_i$$

Prut číslo	N ₀	N ₁	Délka	EAδ ₁₀	EAδ ₁₁
1	0	-1,333	8	0	14,22
2	-50000	-1	6	300000	6,00
3	-146667	-1,333	8	1564444	14,22
4	183333	1,667	5	1527778	13,89
5	0	1,667	5	0	13,89
6	183333	1,667	5	1527778	13,89
7	0	1,667	5	0	13,89
Σ				4920000	90,00

Kanonická rovnice – deformační podmínka

$$\delta_{10} + \delta_{11}X_1 = 0$$

$$4920000 + 90X_1 = 0$$

Řešení

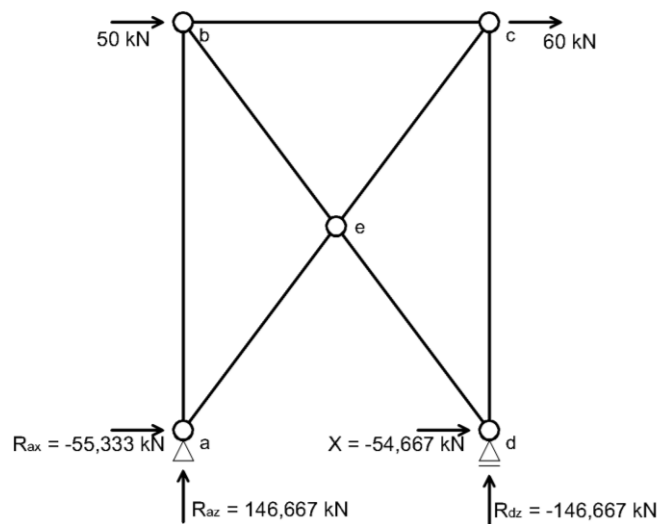
$$X_1 = -54667N = -54,667kN$$

Výpočet výsledných vnitřních sil na konstrukci- základní soustava je zatížena původním zatížením a silou X **Reakce:**

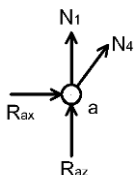
$$\sum F_{x,i} = 0 \quad F_1 + F_2 + R_{a,x} + X_1 = 0 \quad 50 + 60 + R_{a,x} - 54,667 = 0 \quad R_{a,x} = -55,333kN$$

$$\sum M_{a,i} = 0 \quad -F_1 \cdot 8 - F_2 \cdot 8 - 6R_{d,z} = 0 \quad -50 \cdot 8 - 60 \cdot 8 - 6R_{d,z} = 0 \quad R_{d,z} = -146,667kN$$

$$\sum M_{d,i} = 0 \quad -F_1 \cdot 8 - F_2 \cdot 0,8 + 6R_{a,z} = 0 \quad -50 \cdot 8 - 60 \cdot 0,8 + 6R_{a,z} = 0 \quad R_{a,z} = 146,667kN$$



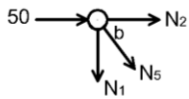
Obr. 14.7: Výsledné zatížení základní soustavy – reakce

Styčnicková metoda:styčnick a

$$\sum F_{x,i} = 0 \quad R_{a,x} + N_4 \cdot \cos \alpha = 0 \quad -55,333 + N_4 \cdot 0,6 = 0 \quad N_4 = 92,222kN$$

$$\sum F_{z,i} = 0 \quad R_{a,z} - N_1 - N_4 \cdot \sin \alpha = 0 \quad 146,667 - N_1 - 92,222 \cdot 0,8 = 0 \quad N_1 = 72,889kN$$

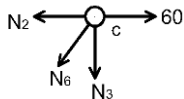
styčnick b



$$\sum F_{z,i} = 0 \quad N_1 + N_5 \cdot \sin \alpha = 0 \quad 72,889 + N_5 \cdot 0,8 = 0 \quad N_5 = -91,111 \text{ kN}$$

$$\sum F_{x,i} = 0 \quad F_1 + N_2 + N_5 \cdot \cos \alpha = 0 \quad 50 + N_2 + (-91,111) \cdot 0,6 = 0 \quad N_2 = 4,667 \text{ kN}$$

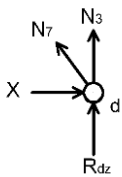
styčnick c



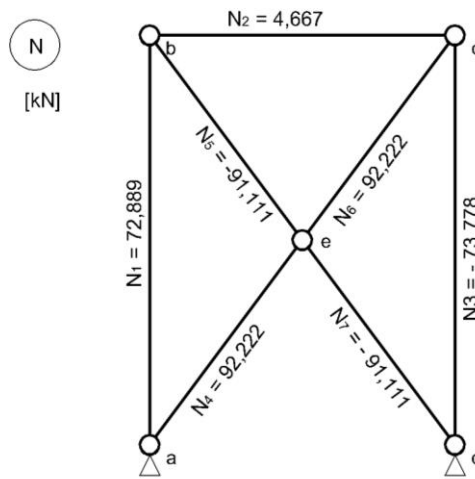
$$\sum F_{x,i} = 0 \quad F_2 - N_2 - N_6 \cdot \cos \alpha = 0 \quad 60 - 4,667 - N_6 \cdot 0,6 = 0 \quad N_6 = 92,222 \text{ kN}$$

$$\sum F_{z,i} = 0 \quad N_3 + N_6 \cdot \sin \alpha = 0 \quad N_3 + 92,222 \cdot 0,8 = 0 \quad N_3 = -73,778 \text{ kN}$$

styčnick d



$$\sum F_{z,i} = 0 \quad N_3 + R_{d,z} + N_7 \cdot \sin \alpha = 0 \quad -146,667 + 73,778 + N_7 \cdot 0,8 = 0 \quad N_7 = -91,111 \text{ kN}$$



Obr. 14.8: Výsledné normálové síly v konstrukci