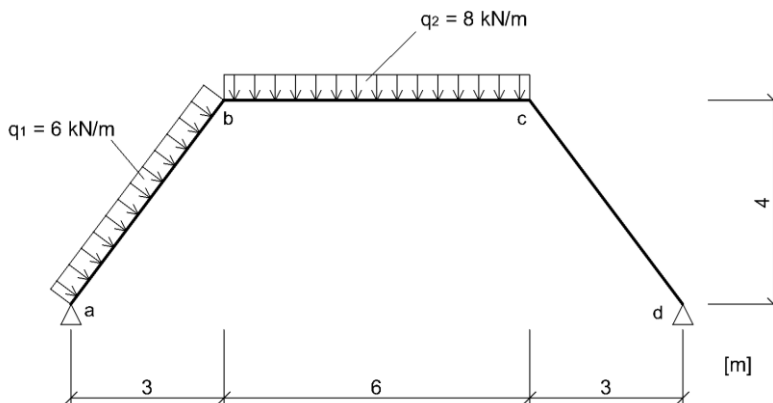


10. Příklad č. 10 – Staticky neurčitý rám

Zadání

Vykreslete průběhy vnitřních sil na staticky neurčité konstrukci podle obrázku. Použijte silovou metodu. Zanedbejte práci normálových a posouvajících sil.

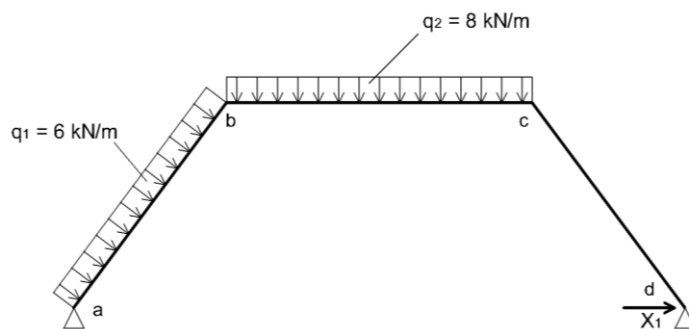


Obr. 10.1: Model konstrukce a zatížení

Řešení

Konstrukce bude řešena silovou metodou. Konstrukce je jedenkrát staticky neurčitá. Základní soustava se vytvoří odebráním jedné vazby. Bude odebrána vazba proti vodorovnému posunu v bodě b . Deformační podmínka bude předepisovat nulový vodorovný posun v bodě b .

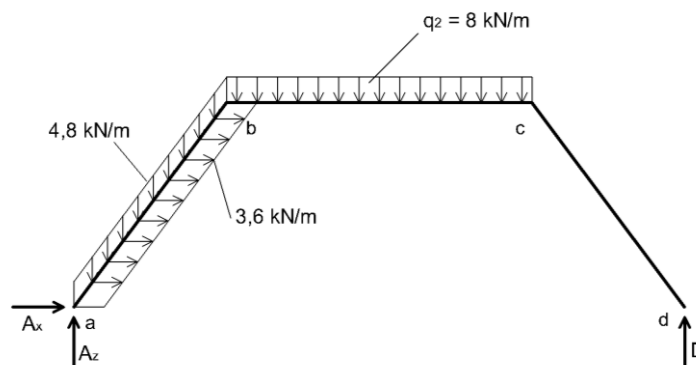
$$u_b = \delta_1 = 0$$



Obr. 10.2: Základní staticky určitá soustava

Základní soustava se zatíží dvěma zatěžovacími stavy.

Zatěžovací stav 0 – Původní zatížení



Obr. 10.3: Původní zatížení základní soustavy

Výpočet reakcí

$$\sum F_{x,i} = 0 \quad A_x + Q_{x1} = 0 \quad A_x = -24kN$$

$$\sum M_{a,i} = 0 \quad -1,5Q_{z1} - 2Q_{z1} - 6Q_2 + 12D = 0 \quad D = 30,25kN$$

$$\sum M_{d,i} = 0 \quad -12A_z + 10,5Q_{1z} - 2Q_{2x} + 6Q_2 = 0 \quad A_z = 35,75kN$$

Kontrola:

$$\sum F_{z,i} = 0 \quad Q_{z1} + Q_2 - A_z - D = 0$$

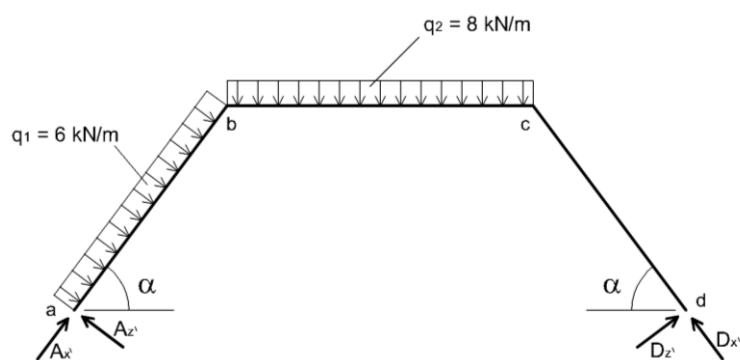
Transformace reakcí do lokálního souřadného systému prutů:

$$A'_x = A_x \cos \alpha + A_z \sin \alpha = -24 \cdot 0,6 + 37,75 \cdot 0,8 = 15,8kN$$

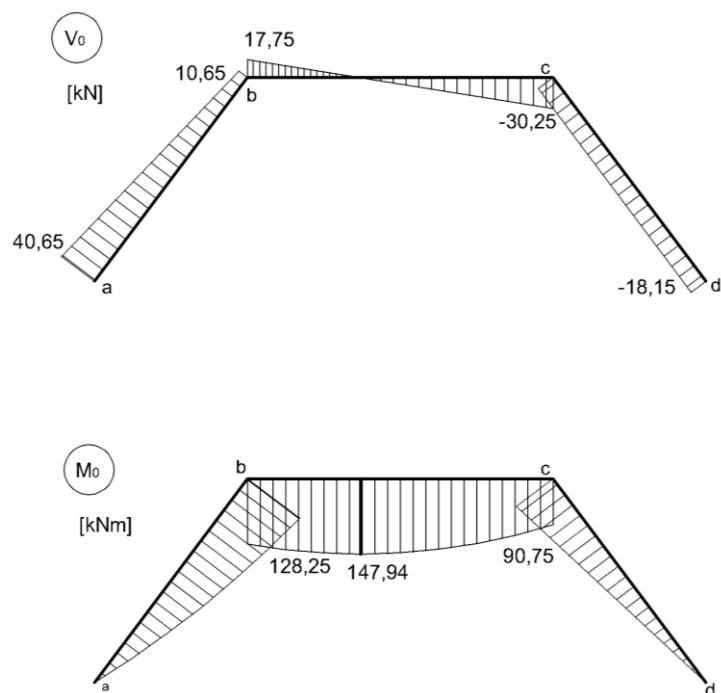
$$A'_z = -A_x \sin \alpha + A_z \cos \alpha = -(-24) \cdot 0,8 + 37,75 \cdot 0,6 = 41,85kN$$

$$D'_x = D \sin \alpha = 30,25 \cdot 0,8 = 24,2kN$$

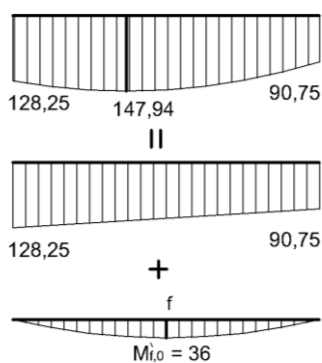
$$D'_z = D \cos \alpha = 30,25 \cdot 0,6 = 18,15kN$$



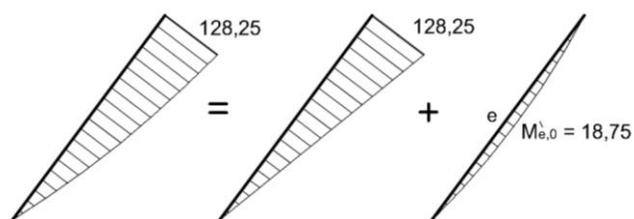
Obr. 10.4: Původní zatížení základní soustavy – v lokálním souř. systému prutů



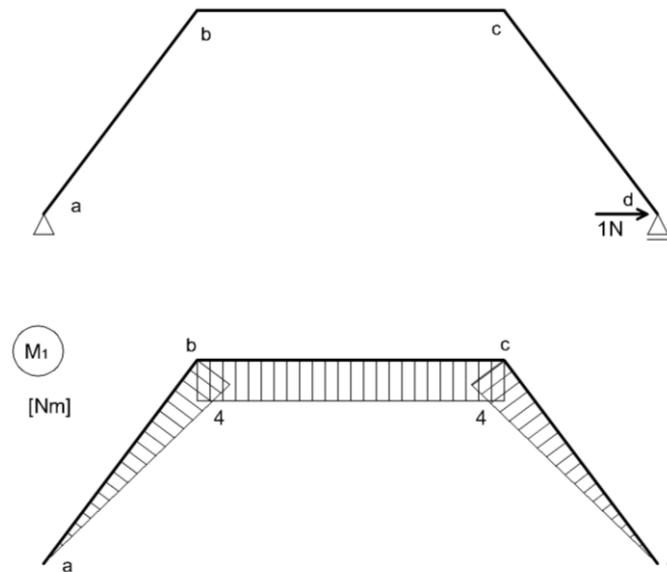
Obr. 10.5: Původní zatížení základní soustavy – posouvající síly a ohybové momenty



Obr. 10.6: Původní zatížení základní soustavy – rozklad ohybových momentů na prostředním prutu



Obr. 10.7: Původní zatížení základní soustavy – rozklad ohybových momentů na levém prutu

Zatěžovací stav 1 – Jednotková síla ve směru neznámé síly X_1 Obr. 10.8: Zatížení základní soustavy jednotkovou silou ve směru X_1 a odpovídající ohybové momenty**Výpočet přemístění:**

$$\delta_{10} = \frac{1}{EI} \left\{ \frac{1}{3} M_{bc,0} \cdot M_{bc,1} \cdot L_{bc} + \frac{1}{3} M_{ba,0} \cdot M_{ba,1} \cdot L_{ab} + \frac{1}{2} M_{bc,1} (M_{bc,0} + M_{cb,0}) \cdot L_{bc} + \frac{2}{3} M'_{e,0} \cdot M_{bc,1} \cdot L_{bc} + \frac{1}{3} M_{cd,0} \cdot M_{cd,1} \cdot L_{cd} \right\}$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{EI} \left\{ \frac{1}{3} \cdot 128250 \cdot 4 \cdot 5 + \frac{1}{3} \cdot 1875 \cdot 4 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (128250 + 90750) \cdot 6 + \frac{2}{3} \cdot 36000 \cdot 4 \cdot 6 + \frac{1}{3} \cdot 90750 \cdot 4 \cdot 5 \right\}$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{EI} \{855000 + 125000 + 2628000 + 576000 + 605000\} = \frac{4789000}{EI}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left\{ \frac{1}{3} M_{ba,1} \cdot M_{ba,1} \cdot L_{ab} + M_{bc,1} \cdot M_{bc,1} \cdot L_{bc} + \frac{1}{3} M_{cd,1} \cdot M_{cd,1} \cdot L_{cd} \right\}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left\{ \frac{1}{3} 4 \cdot 4 \cdot 5 + 4 \cdot 4 \cdot 6 + \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 5 \right\}$$

$$\delta_{11} = \frac{149,333}{EI}$$

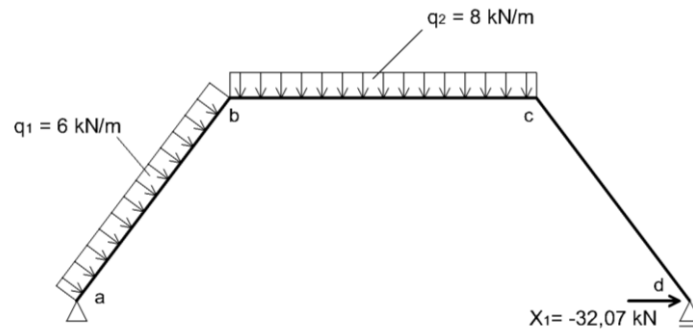
Kanonická rovnice - deformační podmínka:

$$\delta_{10} + \delta_{11} X_1 = 0$$

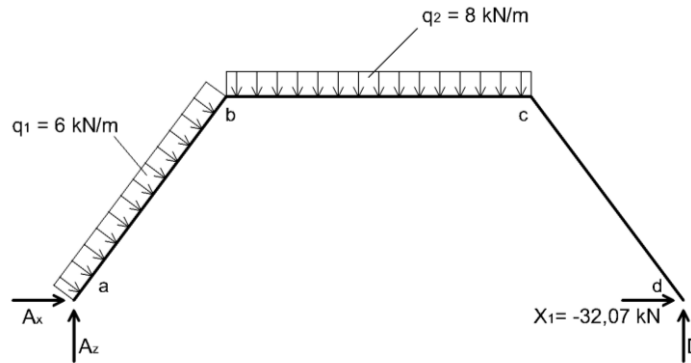
$$\frac{1}{EI} 4789000 + \frac{1}{EI} 149,333 X_1 = 0$$

Řešení

$$X_1 = -32,0692 \text{ kN}$$



Obr. 10.9: Výsledné zatížení základní staticky určité soustavy



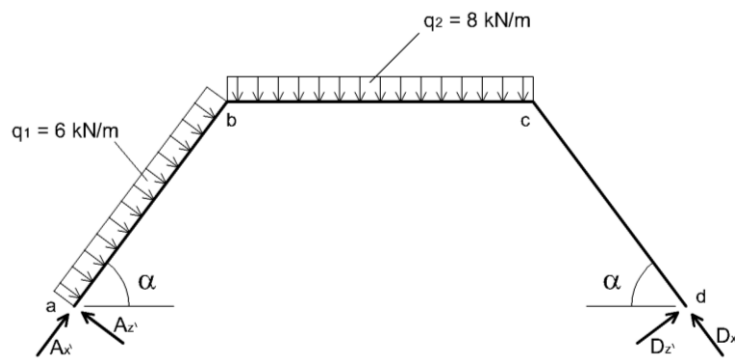
Obr. 10.10: Výsledné zatížení základní staticky určité soustavy - reakce

Výpočet reakcí

$$\sum F_{x,i} = 0 \quad A_x + Q_{x1} + X_1 = 0 \quad A_x = 8,069kN$$

$$\sum M_{a,i} = 0 \quad -1,5Q_{z1} - 2Q_{z1} - 6Q_2 + 12D = 0 \quad D = 30,25kN$$

$$\sum M_{d,i} = 0 \quad -12A_z + 10,5Q_{1z} - 2Q_{2x} + 6Q_2 = 0 \quad A_z = 35,75kN$$



Obr. 10.11: Výsledné zatížení základní soustavy – v lokálním souř. systému prutů

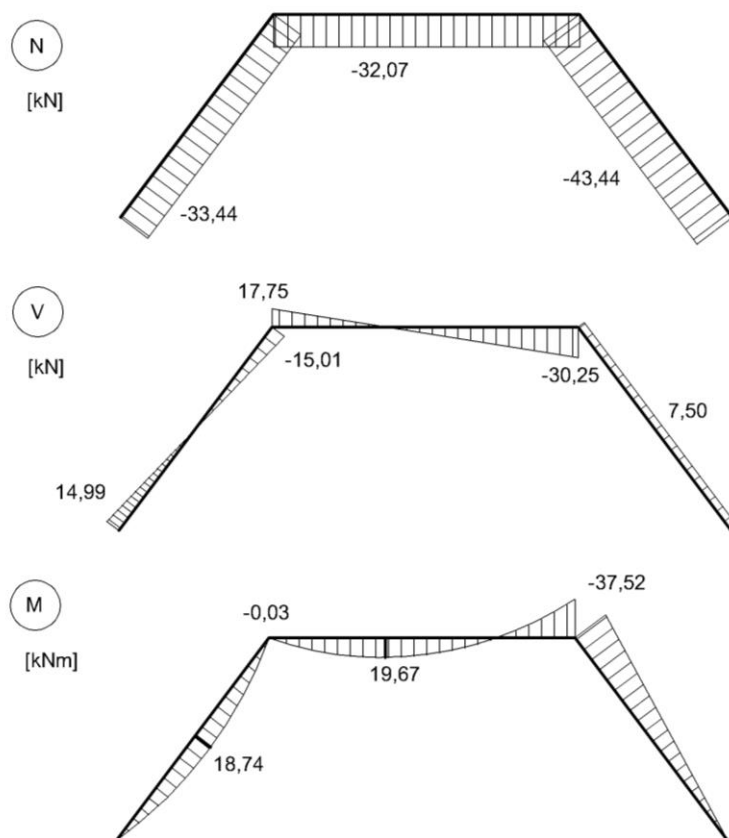
Transformace reakcí do lokálního souřadného systému prutů:

$$A'_x = A_x \cos \alpha + A_z \sin \alpha = 8,069 \cdot 0,6 + 35,75 \cdot 0,8 = 33,44kN$$

$$A'_z = -A_x \sin \alpha + A_z \cos \alpha = -8,069 \cdot 0,8 + 35,75 \cdot 0,6 = 14,99kN$$

$$D'_x = -X \cos \alpha + D \sin \alpha = -(-32,07) \cdot 0,6 + 30,25 \cdot 0,8 = 43,44kN$$

$$D'_z = X \sin \alpha + D \cos \alpha = -32,07 \cdot 0,8 + 30,25 \cdot 0,6 = -7,51kN$$



Obr. 10.12: Výsledné průběhy vnitřních sil