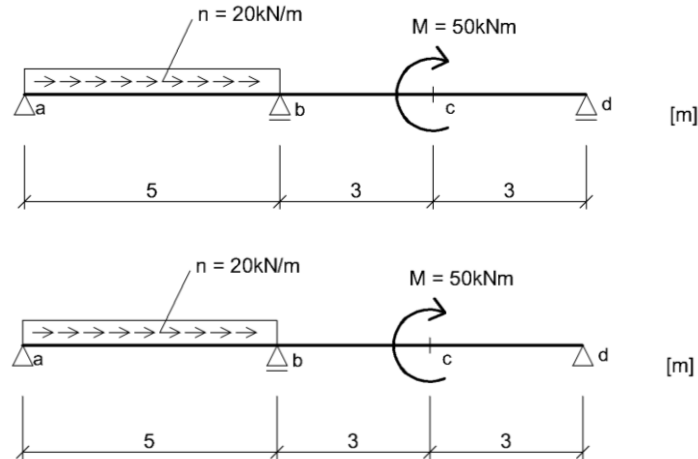


8. Příklad č. 8 – Staticky neurčitý nosník

Zadání

Vykreslete průběhy vnitřních sil na staticky neurčitém spojitým nosníku podle obrázku. Použijte silovou metodu v obvyklé variantě vytváření základní soustavy odebráním vnějších vazeb. Průřezové charakteristiky jsou konstantní po celé délce nosníku. Práci posouvajících sil zanedbejte.



Obr. 8.1: Model konstrukce a zatížení

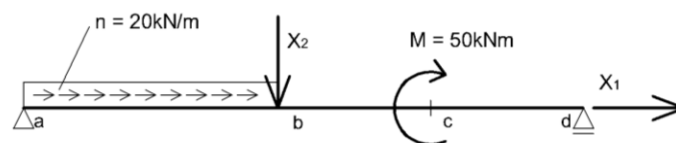
Řešení

Bude se postupovat silovou metodou, kdy se odebráním vazeb (vnějších nebo vnitřních) vytvoří staticky určitá základní soustava. Odebrané vazby se nahradí neznámými silami X_i , a podmínkami pro přemístění δ_i , které tyto vazby zajišťovaly. Tyto podmínky slouží k určení neznámých sil X_i .

Základní staticky určitá soustava se vytvoří odebráním vazby proti vodorovnému posunu bodu d a vazby proti svislému posunu bodu b . Vazby se nahradí neznámými reakcemi X_1 a X_2 a přidají je příslušné deformační podmínky.

$$u_d = \delta_1 = 0$$

$$w_b = \delta_2 = 0$$



Obr. 8.2: Základní staticky určitá soustava

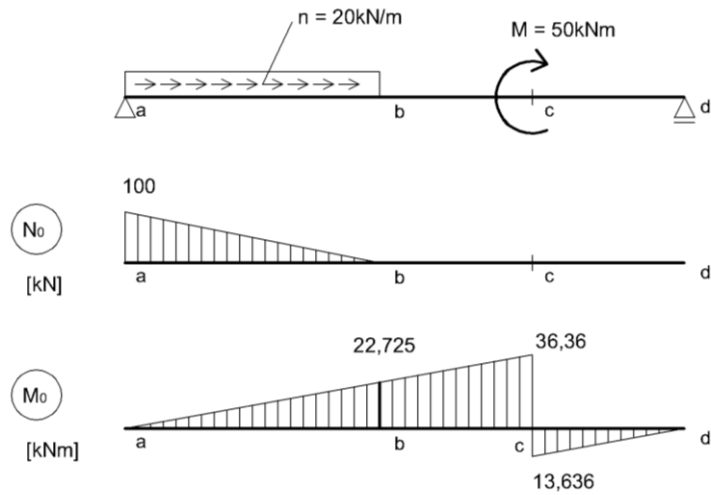
Pro řešení kanonických rovnic (deformačních podmínek) je třeba vyřešit průběhy vnitřních sil na základní staticky určité soustavě (ZS) od tří zatěžovacích stavů

Zatěžovací stav 0 – Původní zatížení

$$\sum F_{x,i} = 0 \quad 20.5 + A_x = 0 \quad A_x = -100 \text{ kN}$$

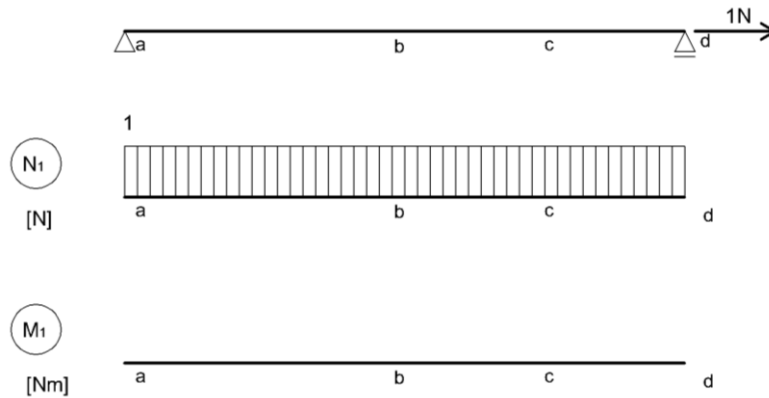
$$\sum M_{d,i} = 0 \quad 11A_z - 50 = 0 \quad A_z = 4,546 \text{ kN}$$

$$\sum M_{a,i} = 0 \quad -11D_z - 50 = 0 \quad D_z = -4,546 \text{ kN}$$



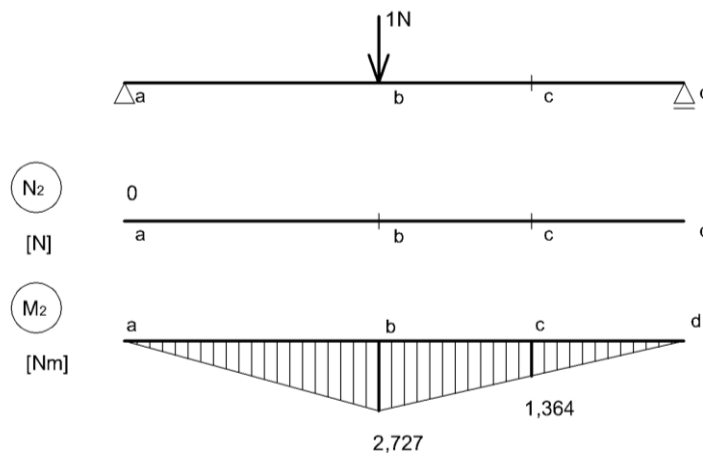
Obr. 8.3: Původní zatížení základní soustavy a odpovídající vnitřní síly

Zatěžovací stav 1 – Jednotková síla ve směru neznámé síly X_1



Obr. 8.4: Zatížení základní soustavy jednotkovou silou ve směru X_1 a odpovídající vnitřní síly

Zatěžovací stav 2 – Jednotková síla ve směru neznámé síly X_2



Obr. 8.4: Zatížení základní soustavy jednotkovou silou ve směru X_2 a odpovídající vnitřní síly

Výpočet přemístění

$$\delta_{1,0} = \delta_{1,0}^N + \delta_{1,0}^M = \frac{1}{EA} \frac{1}{2} N_{a,1} N_{a,0} L_{ab} + 0 = \frac{1}{EA} \frac{1}{2} 100 \cdot 10^3 \cdot 1.5 = \frac{250 \cdot 10^3}{EA}$$

$$\begin{aligned} \delta_{2,0} &= \delta_{2,0}^N + \delta_{2,0}^M \\ &= 0 + \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{3} M_{b,0} M_{b,2} L_{ab} + \frac{1}{6} (M_{b,0} (2M_{b,2} + M_{c,2}) + M_{c,0}^L (M_{b,2} + 2M_{c,2})) L_{bc} + \frac{1}{3} M_{c,0}^P M_{c,2} L_{cd} \right] \\ &= \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{3} \cdot (-22,725 \cdot 10^3) \cdot 2,727 \cdot 5 \right] \\ &\quad + \frac{1}{EI} \left[+ \frac{1}{6} \cdot ((-22,725 \cdot 10^3)(2 \cdot 2,727 + 1,364) + (-36,36 \cdot 10^3)(2,727 + 2 \cdot 1,364)) \cdot 3 \right] \\ &\quad + \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{3} \cdot 13,636 \cdot 10^3 \cdot 1,364 \cdot 3 \right] = \frac{-261326}{EI} \end{aligned}$$

$$\delta_{1,1} = \delta_{1,1}^N + \delta_{1,1}^M = \frac{1}{EA} [N_{a,1} N_{a,0} L_{ad}] + 0 = \frac{1}{EA} [1 \cdot 1 \cdot 11] = \frac{11}{EA}$$

$$\delta_{1,2} = \delta_{2,1} = \delta_{1,2}^N + \delta_{1,2}^M = 0 + 0 = 0$$

$$\begin{aligned} \delta_{2,2} &= \delta_{2,2}^N + \delta_{2,2}^M \\ &= 0 + \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{3} M_{b,2} M_{b,2} L_{ab} + \frac{1}{3} M_{b,2} M_{b,2} L_{bd} \right] \\ &= \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{3} \cdot 2,727 \cdot 2,727 \cdot 5 + \frac{1}{3} \cdot 1,364 \cdot 1,364 \cdot 6 \right] = \frac{27,267}{EI} \end{aligned}$$

Kanonické rovnice:

$$\delta_{1,0} + \delta_{1,1} X_1 + \delta_{1,2} X_2 = 0$$

$$\delta_{2,0} + \delta_{2,1} X_1 + \delta_{2,2} X_2 = 0$$

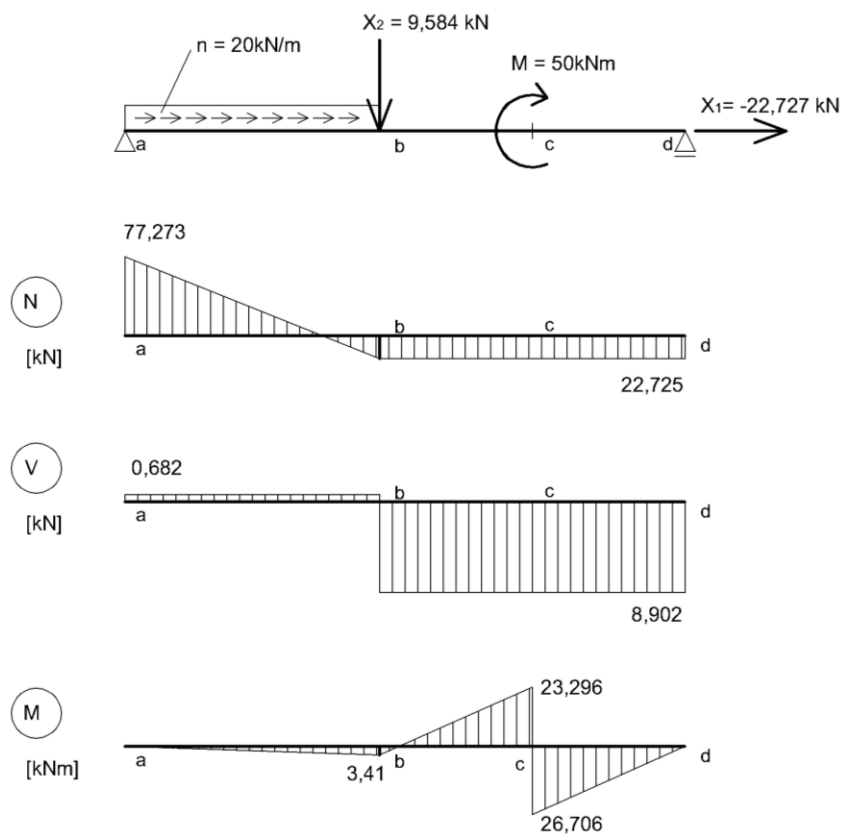
$$\frac{250 \cdot 10^3}{EA} + \frac{11}{EA} X_1 + 0 \cdot X_2 = 0$$

$$\frac{261236}{EI} + 0 \cdot X_1 + \frac{27,267}{EI} X_2 = 0$$

Řešení

$$X_1 = -22727N = -22,727kN$$

$$X_2 = 9584N = 9,584kN$$



Obr. 8.5: Zatížení ZS a výsledné průběhy posouvajících sil a momentů