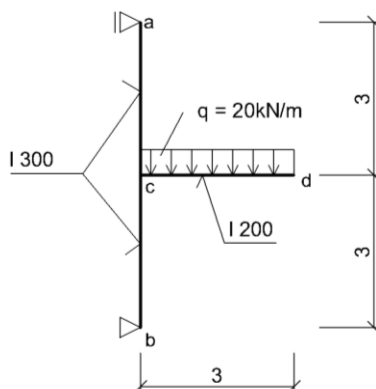


5. Příklad č. 5 – Posuny na rámu

Zadání

Vypočtete vodorovný posun u_c bodu c a svislý posun w_d v bodě d na staticky určeném rámu podle obrázku. Do řešení uvažte příspěvek všech vnitřních sil.



Obr. 5.1: Model konstrukce a zatížení

Rám je ocelový ($E = 210\text{GPa}$, $G = 81\text{GPa}$), průřezové charakteristiky jsou následující:

Průřezová charakteristika	I200	I300
Průřezová plocha A	$3,34 \cdot 10^{-3} \text{m}^2$	$6,90 \cdot 10^{-3} \text{m}^2$
Smyková plocha A_k (přibližně)	$1,25 \cdot 10^{-3} \text{m}^2$	$2,70 \cdot 10^{-3} \text{m}^2$
Moment setrvačnosti I	$21,4 \cdot 10^{-6} \text{m}^4$	$97,9 \cdot 10^{-6} \text{m}^4$

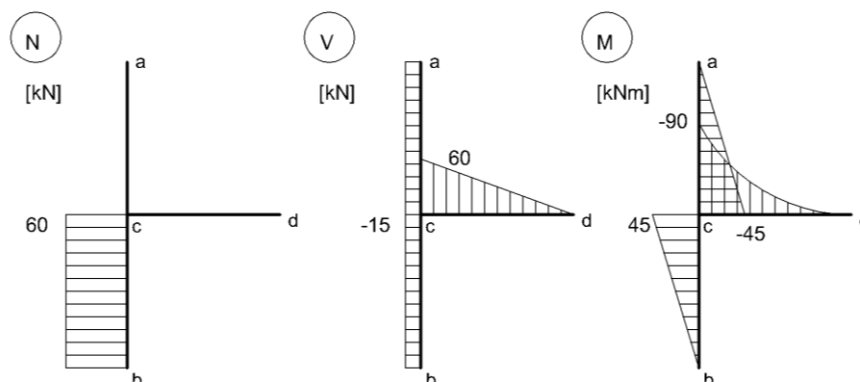
Řešení

Z Maxwell-Mohrova vzorce pro výpočet přemístění

$$\delta = \int_L \frac{N\bar{N}}{EA} ds + \int_L \frac{V\bar{V}}{GA_k} ds + \int_L \frac{M\bar{M}}{EI} ds + \int_L \bar{N}\alpha_t \Delta t_0 ds + \int_L \bar{M}\alpha_t \frac{\Delta t_1}{h} ds - \sum_r (\bar{R}_{rx}u_r + \bar{R}_{rz}w_r + \bar{M}_r\varphi_r)$$

se použijí první tři integrály, protože nenulové jsou všechny tři vnitřní síly.

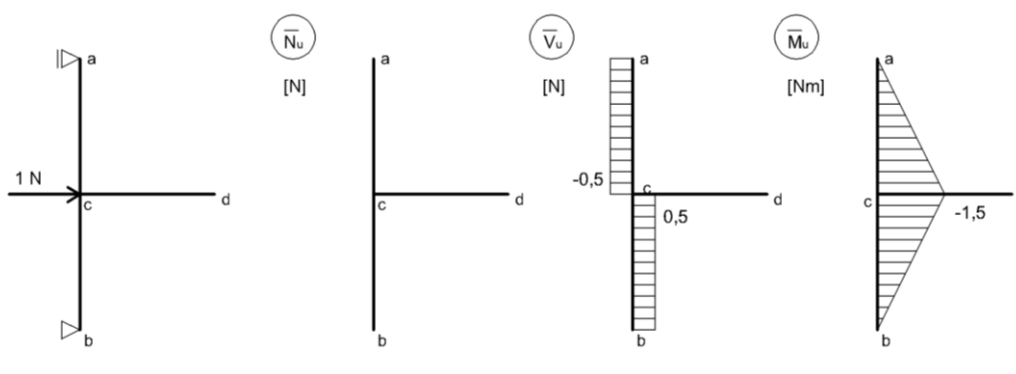
Je tedy třeba určit průběhy vnitřních sil N , V , M od vlastního zatížení a od jednotkového impulsu v místě a směru hledaného přemístění.



Obr. 5.2: Průběh vnitřních sil od původního zatížení

a) Výpočet vodorovného posunu

Pro výpočet vodorovného posunu bodu c se umístí jednotková vodorovná síla do bodu c a určí se průběhy vnitřních sil $\bar{N}_u, \bar{V}_u, \bar{M}_u$.



Obr. 5.3: Zatížení jednotkovou silou a odpovídající průběhy vnitřních sil

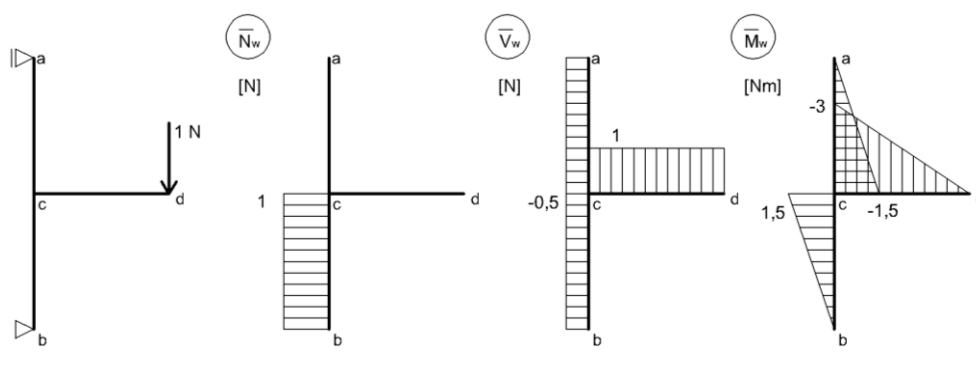
$$u_c = \frac{1}{EI_{300}} \left[\frac{1}{3} M_{ca} \bar{M}_{ca} L_{ac} + \frac{1}{3} M_{cb} \bar{M}_{cb} L_{cb} \right] + \frac{1}{GA_{\kappa,300}} \left[\frac{1}{2} V_{ca} \bar{V}_{ca} L_{ac} + \frac{1}{2} V_{cb} \bar{V}_{cb} L_{cb} \right]$$

$$w_d = \frac{1}{210 \cdot 10^9 \cdot 97,910^{-6}} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot (-45 \cdot 10^3) \cdot 1,5 \cdot 3 + \frac{1}{3} 45 \cdot 10^3 \cdot (-1,5) \cdot 3 \right] + \frac{1}{81 \cdot 10^9 \cdot 2,7 \cdot 10^{-3}} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (-15 \cdot 10^3) \cdot 0,5 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot (-15 \cdot 10^3) \cdot (-0,5) \cdot 3 \right] = 0$$

Vodorovný posun bodu c je 0 mm .

b) Výpočet svislého posunu

Pro výpočet svislého posunu bodu c se umístí jednotková svislá síla do bodu c a určí se průběhy vnitřních sil $\bar{N}_w, \bar{V}_w, \bar{M}_w$.



Obr. 5.3: Zatížení jednotkovou silou a odpovídající průběhy vnitřních sil

Dosazením do Maxwell-Mohrova vzorce a použitím tabulek pro vyjádření integrálů se získá

$$w_d = \frac{1}{EI_{300}} \left[\frac{1}{3} M_{ca} \bar{M}_{ca} L_{ac} + \frac{1}{3} M_{cb} \bar{M}_{cb} L_{cb} \right] + \frac{1}{EI_{200}} \left[\frac{1}{4} M_{cd} \bar{M}_{cd} L_{cd} \right] + \frac{1}{GA_{\kappa,300}} [V_a \bar{V}_a L_{ab}] + \frac{1}{GA_{\kappa,200}} \left[\frac{1}{2} V_{cd} \bar{V}_{cd} L_{cd} \right] + \frac{1}{EA_{300}} [N_c \bar{N}_c L_{cb}]$$

$$\begin{aligned}w_d &= \frac{1}{210 \cdot 10^9 \cdot 97,910^{-6}} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot (-45 \cdot 10^3) \cdot (-1,5) \cdot 3 + \frac{1}{3} 45 \cdot 10^3 \cdot 1,5 \cdot 3 \right] \\&+ \frac{1}{210 \cdot 10^9 \cdot 21,4 \cdot 10^{-6}} \cdot \left[\frac{1}{4} \cdot (-90 \cdot 10^3) \cdot 3 \cdot 3 \right] \\&+ \frac{1}{81 \cdot 10^9 \cdot 2,7 \cdot 10^{-3}} \cdot [(-15 \cdot 10^3) \cdot (-0,5) \cdot 6] \\&+ \frac{1}{81 \cdot 10^9 \cdot 1,25 \cdot 10^{-3}} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (-6 \cdot 10^3) \cdot 1 \cdot 3 \right] \\&+ \frac{1}{210 \cdot 10^9 \cdot 6,9 \cdot 10^{-3}} \cdot [(-60 \cdot 10^3) \cdot (-1) \cdot 3] \\&= w_{d(M)} + w_{d(V)} + w_{d(N)} \\&= 0,05163 + 0,00109465 + 0,0001242 = 0,005285m = 25,85mm\end{aligned}$$

Svislý posun bodu d je 25,85 mm směrem dolů.