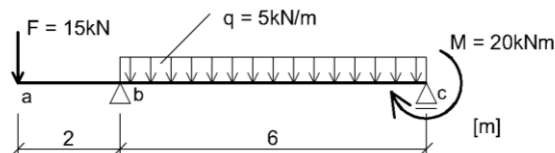


4. Příklad č. 4 – Svislý posun na nosníku

Zadání

Vypočítejte svislý posun w_a v bodě a nosníku podle obrázku. Nosník je z ocelového válcovaného profilu I200 (modul pružnosti $E = 210 \text{ GPa}$, modul pružnosti ve smyku $G = 81 \text{ GPa}$, průřezová plocha je $A = 3,34 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$, moment setrvačnosti $I = 21,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$, smyková plocha přibližně $A_k = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$). Uvažujte práci všech vnitřních sil.



Obr. 4.1: Model konstrukce a zatížení

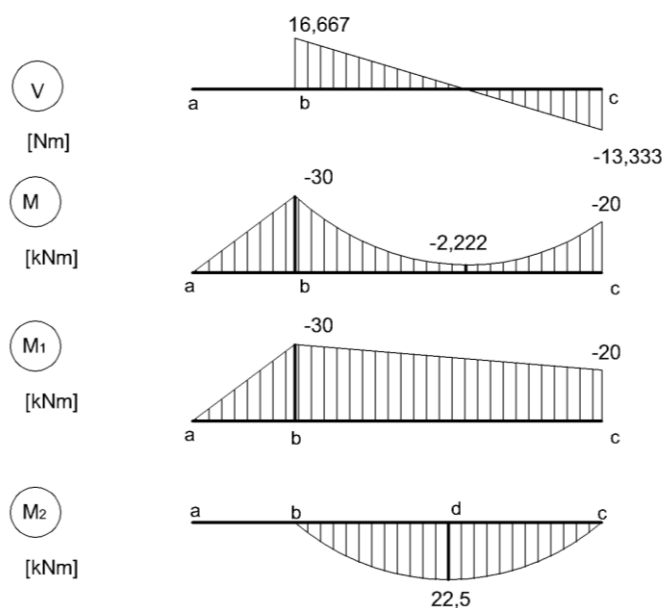
Řešení

Z Maxwell-Mohrova vzorce pro výpočet přemístění

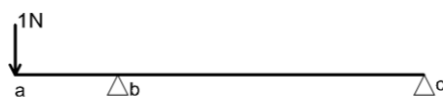
$$\delta = \int_L \frac{N\bar{N}}{EA} ds + \int_L \frac{V\bar{V}}{GA_k} ds + \int_L \frac{M\bar{M}}{EI} ds + \int_L \bar{N}\alpha_t \Delta t_0 ds + \int_L \bar{M}\alpha_t \frac{\Delta t_1}{h} ds - \sum_r (\bar{R}_{rx}u_r + \bar{R}_{rz}w_r + \bar{M}_r\varphi_r)$$

se použije druhý a třetí integrál, protože normálové síly jsou nulové, stejně jako deformační zatížení. Je tedy třeba určit průběhy posouvajících sil a ohybových momentů od vlastního zatížení V, M a od jednotkového impulsu v místě a směru hledaného přemístění (tedy svislé jednotkové síly v bodě a) \bar{V} a \bar{M} . V úseku $b-c$ se obrazec momentu M rozloží na lineární parabolickou část. Vrchol paraboly určíme ze vztahu:

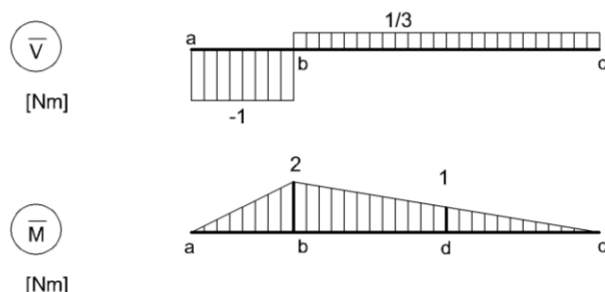
$$M_{d,2} = \frac{1}{8} q \cdot l_{bc}^2 = \frac{1}{8} 5 \cdot 10^3 \cdot 6^2 = 22,5 \cdot 10^3 \text{ Nm}$$



Obr. 4.2: Průběh posouvajících sil a ohybových momentů od původního zatížení



Obr. 4.3: Zatížení nosníku jednotkovou silou



Obr. 4.4: Průběh posouvajících sil a ohybových momentů od jednotkové síly

$$EI = 210 \cdot 10^9 \cdot 21,4 \cdot 10^{-6} = 4,496 \cdot 10^6 \text{ Nm}^2$$

$$GA_K = 81 \cdot 10^9 \cdot 1,25 \cdot 10^{-3} = 101,25 \cdot 10^6 \text{ N}$$

$$w_{a(M)} = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{3} M_{b,1} \bar{M}_{b,1} l_{ab} + \frac{1}{6} \bar{M}_b (2M_{b,1} + M_{c,1}) l_{bc} - \frac{1}{3} M_{d,2} \bar{M}_{b,1} l_{bc} \right]$$

Vliv ohybu a smyku na průhyb je možné řešit odděleně. Část průhybu způsobená ohybovými momenty je

$$w_{a(M)} = \frac{1}{4,496 \cdot 10^6} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot (-30 \cdot 10^3) \cdot (-2) \cdot 2 + \frac{1}{6} \cdot (-2) \cdot (2 \cdot (-30 \cdot 10^3) + (-20 \cdot 10^3)) \cdot 6 \right. \\ \left. - \frac{1}{3} \cdot (-22,5 \cdot 10^3) \cdot (-2) \cdot 6 \right]$$

$$w_{a(M)} = 0,024477 \text{ m} = 24,477 \text{ mm}$$

Část průhybu způsobená posouvajícími silami je:

$$w_{a(V)} = \frac{1}{GA_K} \left[V_a \bar{V}_a L_{ab} + \frac{1}{2} V_b \bar{V}_b L_{be} + \frac{1}{2} V_c \bar{V}_c L_{ec} \right]$$

$$w_{a(V)} = \frac{1}{101,25 \cdot 10^6} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (-15 \cdot 10^3) \cdot (-1) \cdot 2 + \frac{1}{2} 16,667 \cdot 10^3 \cdot 0,333 \cdot 3,333 \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \cdot (-13,333 \cdot 10^3) \cdot 0,333 \cdot 2,667 \right]$$

$$w_{a(V)} = 0,329 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 0,329 \text{ mm}$$

Nakonec se oba vlivy sečtou a získá se celkový průhyb.

$$w_a = w_{a(M)} + w_{a(V)} = 24,477 + 0,329 = 24,81 \text{ mm}$$

Svislý průhyb nosníku v bodě a je 24,81 mm. Vzhledem ke směru působení jednotkové síly odpovídá tento posunu směru dolů.